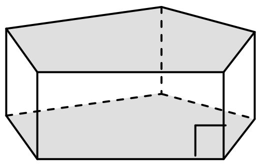
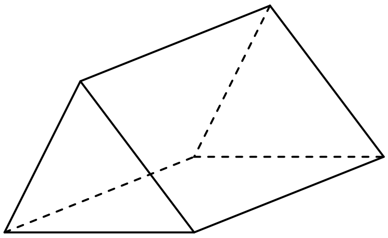
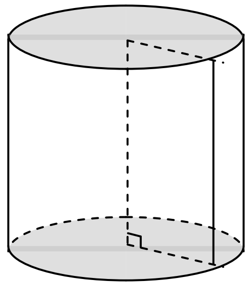
Représenter l’espace : Sphère et solides usuels

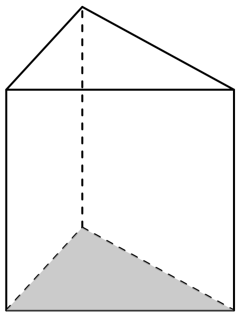
<u>A la fin du chapitre, je dois savoir :</u>
Par cœur le vocabulaire des solides et de la sphère (grand cercle…)
Représenter en perspective des solides dont la sphère
Par cœur les formules de volume des solides dont celui de la boule (formulaire p 262 du manuel)
Mettre en œuvre une démarche pour calculer le volume ou l’aire d’un solide composé

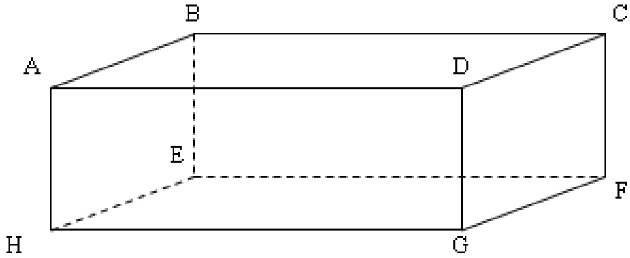
I. Des solides usuels et leurs représentations en perspective.









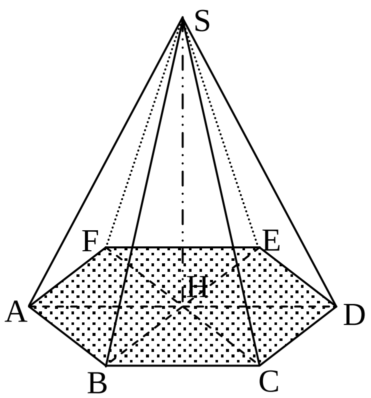


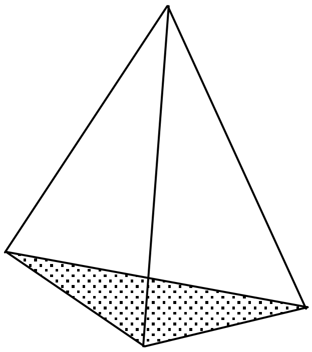
Volume d’un prisme

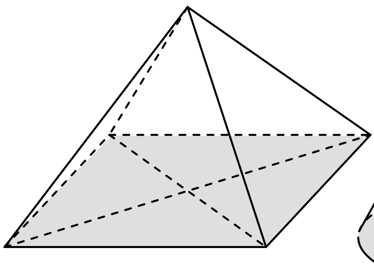
= Aire de la base x hauteur

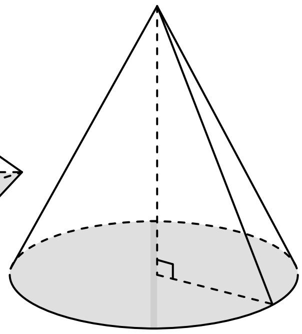
Volume du cylindre

= $\pi \times R^2 \times h$









Volume d’une pyramide

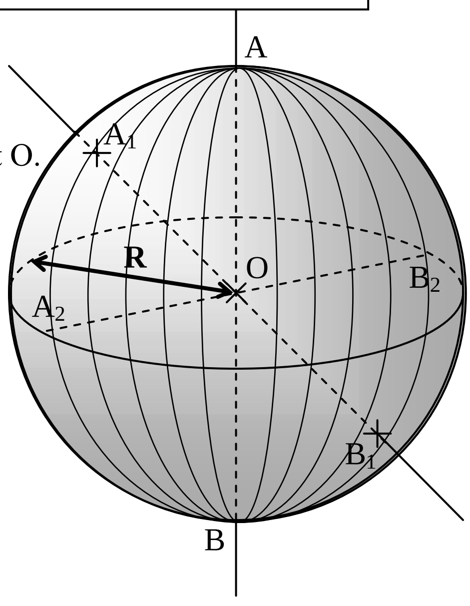
= Aire de la base x hauteur : 3

Volume d’un cône

= $\pi \times R^2 \times h : 3$

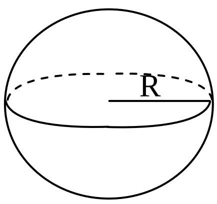
<u>Définition :</u> Soit O un point de l’espace.
Une <u>***sphère***</u> de centre O et de rayon R est constituée de l’ensemble de tous les points de l’espace qui sont situés à la même distance R du point O.

Les segments [AB], [A_1B_1] et [A_2B_2] sont des diamètres de la sphère.
On dit que les points A et B sont diamétralement opposés.



<u>Remarque :</u> L’intérieur de la sphère est appelé la <u>***boule***</u> de centre O.

<u>Représentation en perspective :</u>



II. Aire de la sphère, volume de la boule :

Compléter le tableau avec les données du fichier géospace vidéoprojeté

Rayon R en cm	0,5	2	3	4	5
R^2	0,25	4	9	16	25
R^3	0,125	8	27	64	125
Aire en cm²	3,141	50,265	113,097	201,062	314,159
Volume en cm^3	0,524	33,51	113,097	268,083	523,599

$\times$ 12,57

$\times$ 4,19

Répondre aux questions suivantes, en cochant la case.
Si vous répondez « oui » , il faudra calculer une valeur approchée arrondie au centième du coefficient de proportionnalité et écrire l'opérateur sur le tableau ci dessus.

	OUI	NON	Calculs
L'aire est elle proportionnelle au rayon de la sphère ?		X	$50,265 : 2 \neq 201,062 : 4$
Le volume est il proportionnel au rayon de la sphère ?		X	$33,51 : 2 \neq 268,083 : 4$
L'aire est elle proportionnelle au rayon au carré de la sphère ?	X		$50,265 : 4 = 113,097 : 3 = 201,062 : 4$ $= 3,141 : 0,125 = 314,159 : 25 \approx 12,57$
L'aire est elle proportionnelle au rayon au cube de la sphère ?		X	$50,265 : 8 \neq 201,062 : 64$
Le volume est il proportionnel au rayon au carré de la sphère ?		X	$33,51 : 4 \neq 268,083 : 16$
Le volume est il proportionnel au rayon au cube de la sphère ?	X		$0,524 : 0,125 = 33,51 : 8 = 113,097 : 27$ $= 268,083 : 64 = 523,599 : 125 \approx 4,19$

Calculer une valeur approchée au centième de :

$4 \times \pi \approx 12,57$ $\qquad$ $\frac{4}{3} \times \pi \approx 4,18$

Proposer une formule pour calculer :

Aire de sphère de rayon R = $4 \pi R^2$	Volume de la boule de rayon R = $4 \pi R^3 : 3$

<u>Ex :</u> Si le rayon est de 3,5 cm , calculer l'aire de la sphère et le volume de la boule (valeur exacte puis arrondie au dixième)

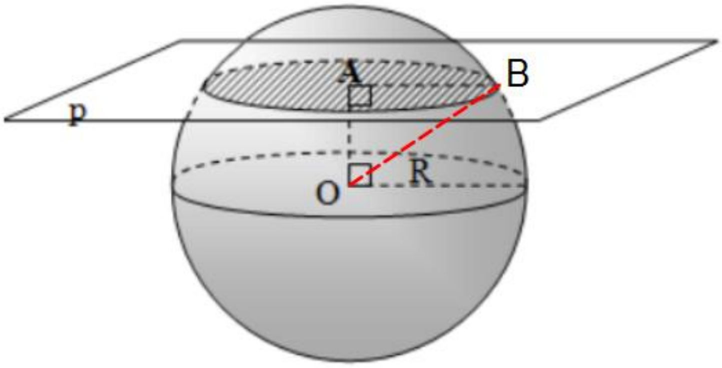
Aire = $4 \times \pi \times 3,5^2$ $= 49\pi$ valeur exacte $\approx 153,93$ cm² $\approx 153,9$ valeur arrondie au dixième	Volume = $4 \times \pi \times 3,5^3 : 3$ $= \frac{343}{6}\pi$ valeur exacte $\approx 179,59$ cm^3 $\approx 179,6$ valeur arrondie au dixième

III. Section d'une sphère par un plan

Définition : La section d'un solide par un plan désigne l'ensemble des points communs au plan et au solide coupé.

Propriété : La section d'une sphère par un plan est un cercle. La section de la boule par un plan est un disque.

Remarque : A partir du rayon de la sphère et de la distance du plan à la sphère, on peut calculer le rayon du cercle délimitant la section à l'aide du théorème de Pythagore



Ex : Si on suppose que le rayon de la sphère est R = 5 cm et que OA = 3 cm.

Dans le triangle OAB rectangle en A
D'après le théorème de Pythagore
$OB^2 = OA^2 + AB^2$
$5^2 = 3^2 + AB^2$ donc $AB^2 = 5^2 - 3^2 = 25 – 9 = 16$
Donc $AB = \sqrt{16} = 4$ cm

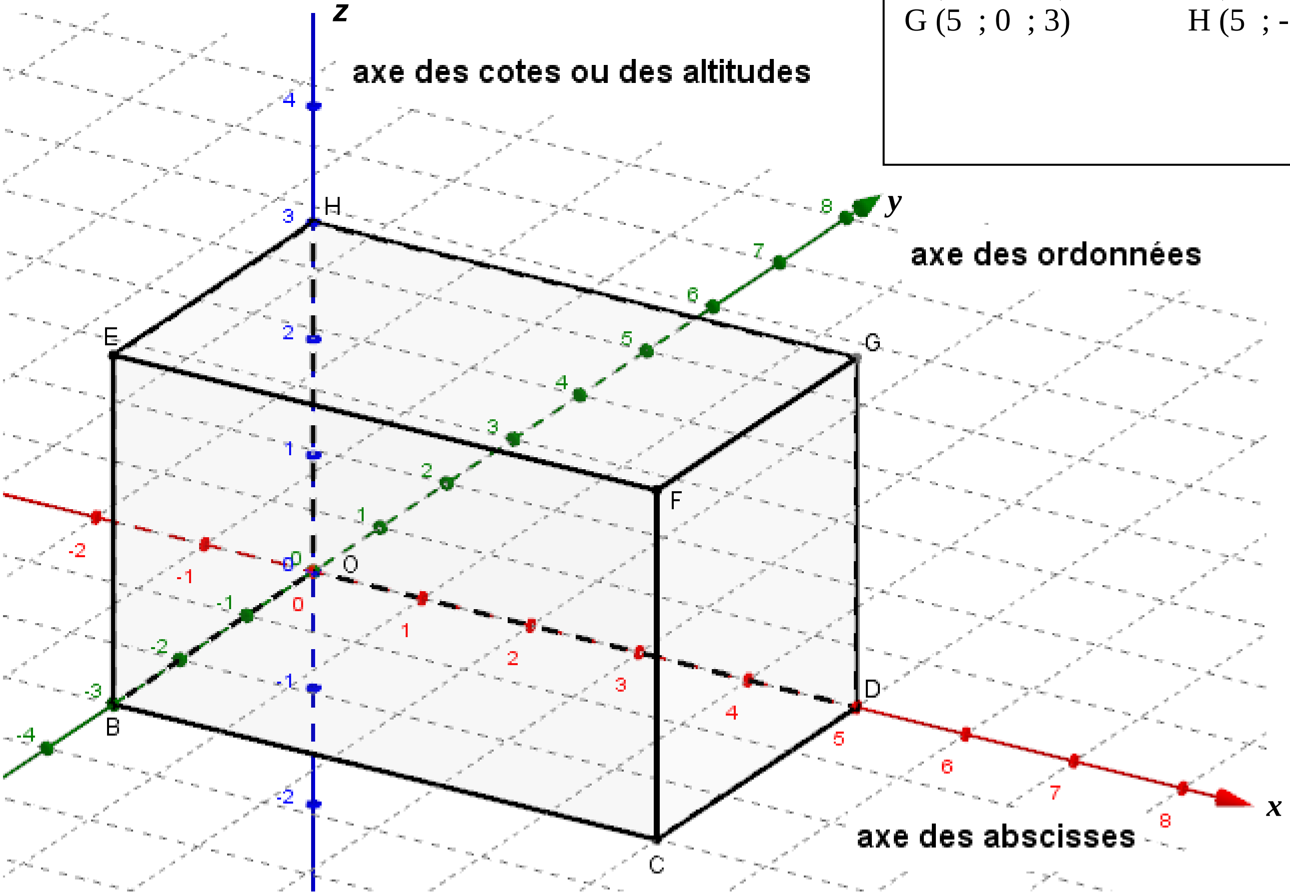
Remarque : Si le plan passe par le centre de la sphère, le cercle de section obtenu possède un rayon égal à celui de la sphère.

Définition : Un grand cercle de la sphère est un cercle qui a le même centre et le même rayon que celui de la sphère.

IV. Repérage dans l'espace : pavé et sphère.

1) Sur un pavé :

O (0 ; 0 ; 0)	B (0 ; -3 ;0)
C (5 ; -3 ;0)	D (5 ; 0 ;0)
E (0 ; -3 ; 3)	F (5 ; -3 ; 3)
G (5 ; 0 ; 3)	H (5 ; -3 ; 3)

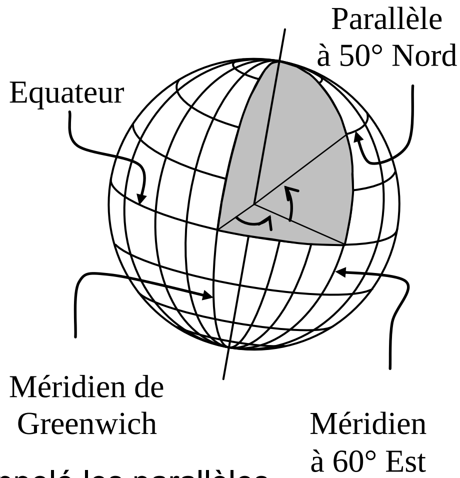


Pour se repérer dans un pavé droit, il faut munir l'espace d'un repère :
On choisit un point O, appelé origine du repère, et trois axes gradués.
On repère un point M avec un unique triplet (x ; y ; z) appelés les coordonnées de M

Notation : M (x ; y ; z)

Exercice : Dans le cadre écrire les coordonnées de chaque point OBCDEFGH

2) Sur la sphère terrestre :

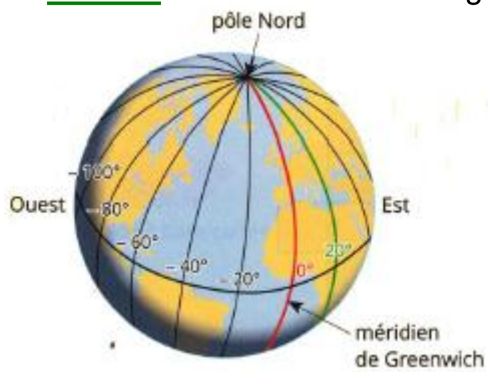


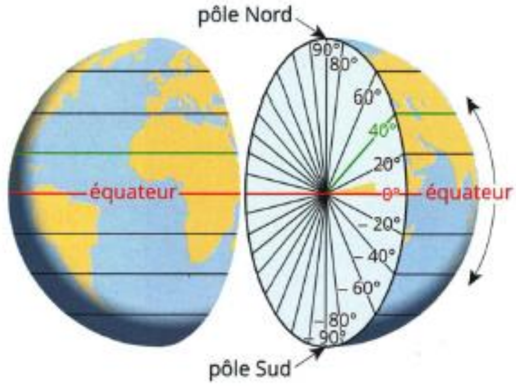
La Terre est assimilable à une sphère, en fait, elle est légèrement aplatie aux pôles.
Son **rayon est d'environ à 6 400 km.**

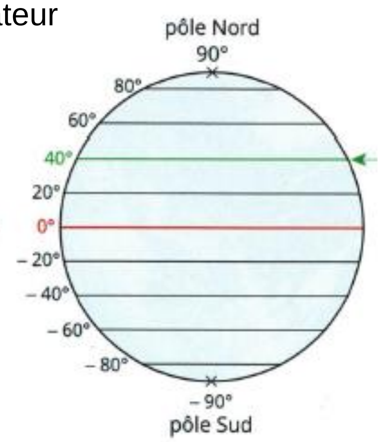
→ En sectionnant la sphère par des plans passant par les pôles, on obtient des grands cercles appelés les méridiens.

→ En coupant la sphère par des plans perpendiculaires à l'axe des pôles (et donc parallèle à l'équateur), on obtient des cercles appelé les parallèles

La **longitude** est la mesure de l'angle en degré entre un méridien et le méridien de Greenwich.
La **latitude** est la mesure de l'angle en degré entre un parallèle et l'équateur







Exemple :

La latitude du point M est ……………………………

La longitude du point M est …………………………

Les coordonnées géographiques du point M sont

………………………………………………………………………