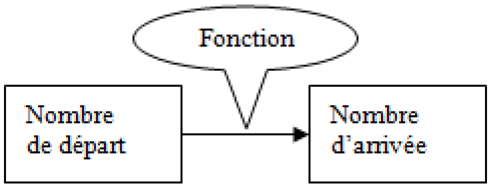
Généralités sur les fonctions

<u>A la fin du chapitre, je dois savoir :</u>
Par cœur, le vocabulaire et notation des fonctions (image, antécédent, en fonction de)
Elaborer une formule (notamment à partir d'un programme de calcul)
Calculer une image en remplaçant dans une formule
Construire et exploiter un tableau de valeur
Construire et exploiter la courbe représentative d'une fonction
Mettre en œuvre une démarche menant à l'étude d'une fonction dans un problème

I. Vocabulaires et définitions



<u>Définition :</u> Une **fonction** est un procédé qui fait correspondre un nombre « *de départ* » à un nombre « *d'arrivée* ».

<u>Ex :</u> Un programme de calcul :
Pierre choisit un nombre, il le met au carré puis il retranche le nombre de départ.
Finalement, il soustrait 6 au résultat.
Si on prend 5 au départ alors le nombre à la sortie du programme sera égal à : $5^2 - 5 - 6 = 14$

Si le nombre de départ change, alors le résultat du programme change.
*On dit que le résultat **dépend** du nombre de départ choisi.*

<u>Vocabulaire :</u> Si on appelle *f* la fonction et *x* un nombre « *de départ* » alors :
- le nombre « *d'arrivée* » s'appelle **l'image de *x*** et se note ***f* (*x*)**.
- le nombre « de départ *x* » s'appelle un **antécédent de *f* (*x*)**.

<u>Notation :</u> *x* a pour image *f* (*x*) se note $x \longmapsto f(x)$

<u>Ex :</u> pour notre programme $5 \longmapsto 14$, on note f(5) = 14

<u>4 formulations :</u>
par la fonction f , 5 a pour image 14
par la fonction f , 14 est l'image de 5
par la fonction f , 14 a pour antécédent 5
par la fonction f , 5 est un antécédent de 14

Inversement, pour un nombre d'arrivé on peut chercher le nombre de départ (l'antécédent).
<u>Ex :</u> chercher les antécédents de 0 par la fonction *f*
$f(3) = 0$ en effet $3^2 - 3 - 6 = 9 - 3 - 6 = 0$

<u>Remarques :</u> Un nombre « de départ » ne peut avoir qu'une seule image,
Par contre un nombre « d'arrivée » peut avoir plusieurs antécédents (mais aussi parfois aucun!).

Dans l'exemple, – 2 est aussi un antécédent de 0 en effet $(-2)^2 - (-2) - 6 = 4 + 2 - 6 = 0$

II. Différentes façons pour définir une fonction.

1) Fonction définie par un programme de calcul ou une formule :

Le programme de calcul précédent a pour formule : $f(a) = a^2 - a - 6$

Pour chaque nombre a choisi, on peut calculer l'image f(a) correspondante par
la fonction f en remplaçant la lettre par le nombre dans la formule (attention au multiplication cachée)

<u>Attention</u> : Parfois on ne peut pas calculer l'image d'un nombre par une fonction

Ex : Si la fonction est définie par g : a $\longmapsto$ g (a) = $\dfrac{a + 2}{a - 7}$

Calcul de l'image de 7 : g (7) = $\dfrac{7 + 2}{7 - 7}$

Mais alors le dénominateur est égal à zéro et on ne peut pas diviser par zéro !
On dira que 7 **n'a pas d'image** par la fonction g.

Définition :
Pour une fonction f donnée, l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image calculable par cette fonction est appelé l'ensemble de définition de la fonction f, que l'on notera D_f.

Dans l'exemple, D_f est constitué de tous les nombres réels différents de 7,
On dit que la fonction est définie pour $a \neq 7$.

2) Fonction et tableau de valeurs :

Pour une fonction f donnée, on peut établir un tableau de valeurs.
La première ligne contient des nombres réels *x*, et la seconde ligne contient leurs images respectives on les note *y* ou *f*(*x*).

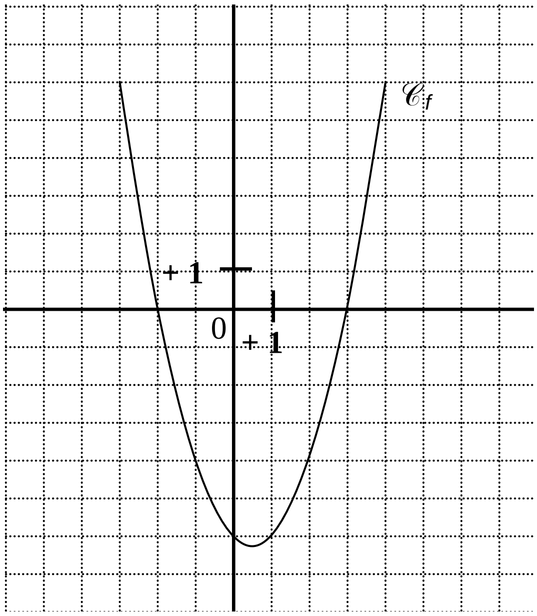
Ex : la fonction f est définie par la formule $f(x)=x^2 - x - 6$:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	Antécédent
$y = f(x)$	6	0	− 4	− 6	− 6	− 4	0	6	Image

3) Fonction et graphique :

Dans un repère, on peut placer les points correspondants au tableau de valeurs d'une fonction.

Définition : Les points M de coordonnées (x ; f (x)) forment la courbe représentative de la fonction *f*,
On note $\mathscr{C}_f$ (on dit aussi la représentation graphique de la fonction f).
$y=f(x)$ est l'équation cartésienne de la courbe $\mathscr{C}_f$.



Exercice : Le point A (3,5 ; 3) est – il sur la courbe représentative de la fonction f ?

Méthode : On teste les coordonnées (x ; y) du point en remplaçant x par le nombre de la première coordonnée dans la formule de la fonction pour vérifier si f(x) = y.

Je calcule $f(3{,}5) = 3{,}5^2 - 3{,}5 - 6 = 2{,}75 \neq 3$
Donc le point A(3,5 ; 3) n'est pas sur la courbe de la fonction f.

Remarque : - On « lisse » la courbe à main levée.
Compléter le tableau par lecture sur le graphique à droite

x	–60	– 40	0	30	50		
f(x)						– 4	0

et sont les antécédents de 0.
2 est antécédents qui sont
– 5 n'a pas antécédent