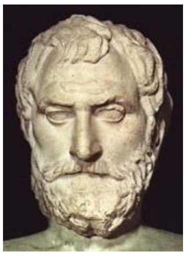
Théorème de Thalès et agrandissement réduction



Thalès serait né autour de 625 avant J.C. à Milet en Asie Mineure (actuelle Turquie).
il est à la fois mathématicien, ingénieur, philosophe et homme d'Etat mais son domaine de prédilection est l'astronomie. Considéré comme l'un des sept sages de l'Antiquité,
Il aurait prédit avec une grande précision l'éclipse du soleil du 28 mai de l'an - 585.
Ce n'est peut-être qu'une légende, Thalès en explique cependant le phénomène.
Curieusement, le fameux théorème de Thalès n'a pas été découvert par Thalès.
Il était déjà connu avant lui des babyloniens et ne fut démontré qu'après lui par Euclide d'Alexandrie.

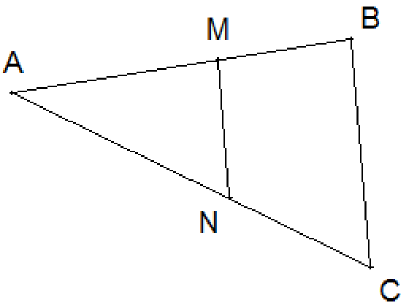
A la fin du chapitre, je dois savoir :
Par cœur, la démarche de rédaction de la propriété de Thalès pour écrire l'égalité des 3 rapports
Par cœur, la définition du rapport d'agrandissement réduction et la propriété sur les aires.
Calculer une longueur dans la configuration triangles emboîtés ou opposés par le sommet
Calculer le rapport d'un agrandissement ou d'une réduction
Construire l'image d'une figure par une homothétie

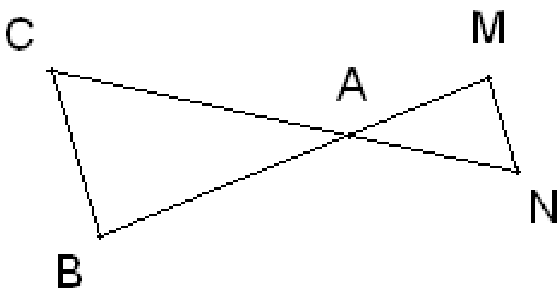
I. Calculer une longueur avec le Théorème de Thalès :

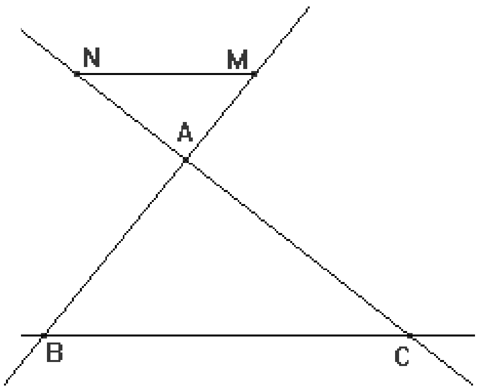
Ex : Deux configurations particulières :

Triangles emboîtés

Triangles opposés par un sommet







Dans les situations précédentes, comme (MN) et (BC) sont parallèles, les triangles AMN et ABC sont semblables,

Théorème de Thalès :
Si deux droites sécantes sont coupées par deux droites parallèles
Alors elles déterminent deux triangles semblables dont les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles.

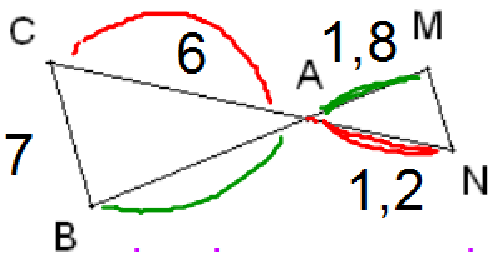
Preuve : ADMISE

Dans les 3 figures précédentes, les longueurs des côtés du triangle AMN sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle ABC ; et on a l'égalité des 3 rapports : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Application au calcul de longueur :
On sait que : (MN) // (BC) et AM = 1,8 cm ; AN = 1,2 cm ; AC = 6 cm et BC = 7 cm .
Calculer AB et NM.

Je sais que
(CN) et (BM) sont sécantes en A
(MN) est parallèles à (BC)
Alors d'après le théorème de Thalès,

On a le tableau de proportionnalité



AMN	AM	AN	MN
ABC	AB	AC	CB

je peux écrire l'égalité des 3 rapports : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$, on remplace les longueurs, $\frac{1{,}8}{AB} = \frac{1{,}2}{6} = \frac{MN}{7}$

je calcule les produits en croix.
AB = 6 x 1,8 : 1,2 = 9
MN = 7 x 1,2 : 6 = 1,4

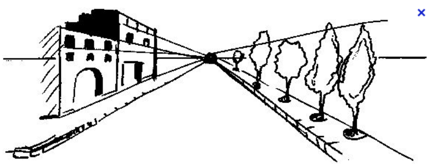
Remarque :
On peut remplacer la condition "les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A " par ces deux lignes
- les points B, A, M sont alignés et distincts
- les points C, A, N sont alignés et distincts

II. Agrandissement, réduction et homothétie.

Définition : Agrandir ou réduire une figure c'est construire une figure de même forme en multipliant les longueurs de la figure initiale par un même nombre k strictement positif.
Ce nombre noté k s'appelle le rapport d'agrandissement ou de réduction.

Vocabulaire : Si 0 < k < 1 il s'agit d'une ***réduction***. Si k = 1 , il s'agit d'une reproduction.
Si k > 1 il s'agit d'un ***agrandissement***.

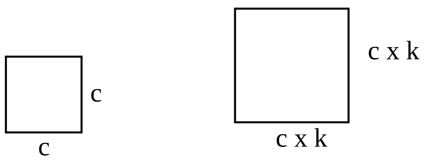
Méthode pour calculer k :
si on passe de 5 cm à 12 cm
5x k = 12
Donc k = 12 : 5 = 2,4
On a multiplié par k= 2,4 c'est un agrandissement.



Ex : Si deux triangles sont semblables, l'un est une réduction ou un agrandissement de l'autre.

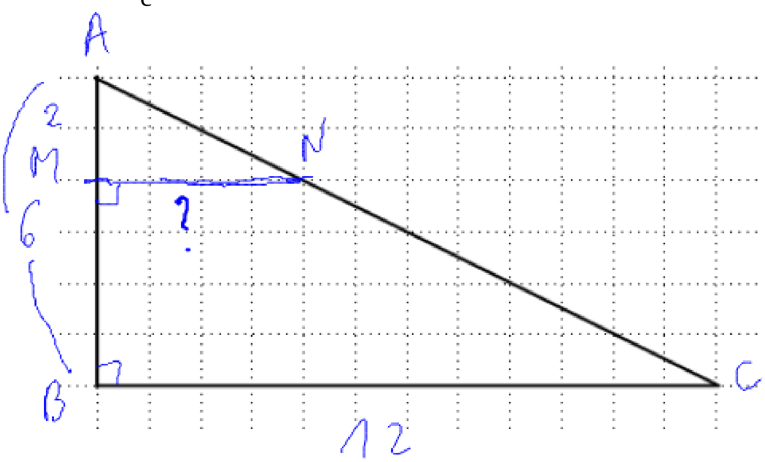
Propriétés :
Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, les angles sont conservés
Si les distances sont multipliées par un nombre k alors les aires sont multipliées par le nombre au carré k²

Preuve : On considère un carré de côté c
On multiplie les longueurs de ce carré par k
Aire(carré) = cxk x cxk = c² x k²
= aire (carré initial) x k²



Ex :

Quel est le rapport d'agrandissement du triangle AMN au triangle ABC ?

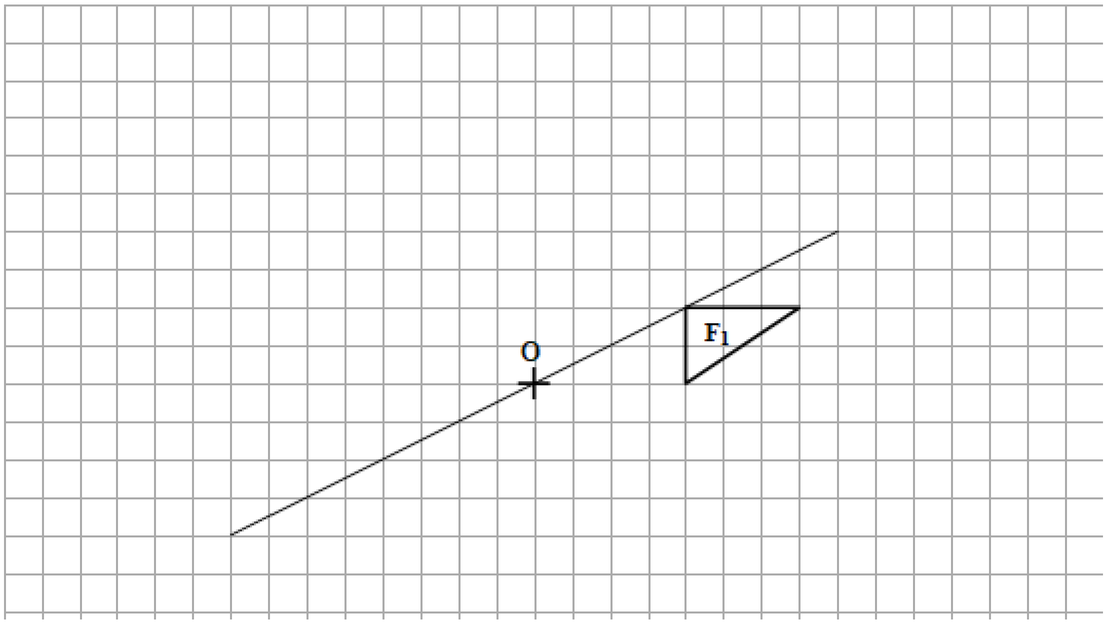


Par quel nombre faut il multiplier l'aire de AMN pour trouver celle de ABC ?

Définition : Transformer une figure par une homothétie de centre O c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par le centre O.

Ex : Sur le quadrillage

Construire F2 l'image de F1 dans l'homothétie de centre O et de rapport 2.
Construire F3 l'image de F1 dans l'homothétie de centre O et de rapport 0,5.
Construire F4 l'image de F1 dans l'homothétie de centre O et de rapport - 0,5.
Construire F5 l'image de F1 dans l'homothétie de centre O et de rapport - 2.



Ex : Sur papier blanc
Construire le triangle A'B'C' qui est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport – 0,5.
Construire le triangle A'B'C' qui est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 2.