

Triangles semblables

A la fin du chapitre, je dois savoir :

Par cœur, la définition de triangle semblable

Déterminer si des triangles sont semblables

Calculer une longueur à l'aide de triangles semblables

I. Triangles semblables et angles:

Définition : Deux triangles sont **semblables** lorsqu'ils ont les angles 2 à 2 de même mesure.

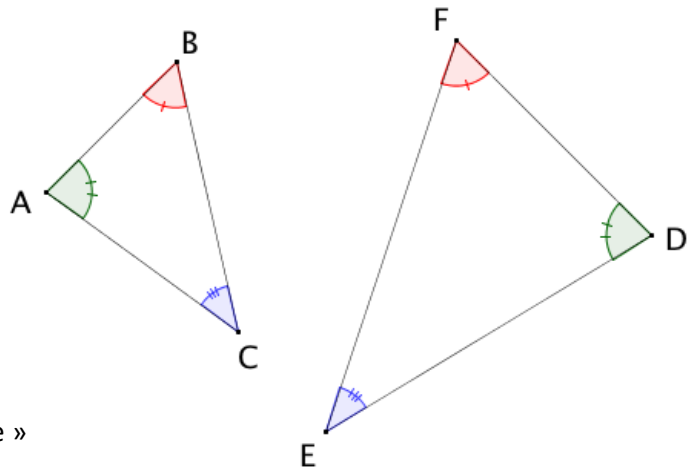
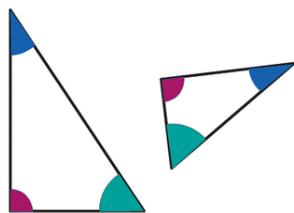
Exemple :

Les triangles ABC et DEF sont semblables, en effet :

$$\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$$



Vulgarisation : « les triangles semblables ont la même forme »

Propriété : Si deux triangles ont 2 angles égaux deux à deux alors les triangles sont semblables

Preuve : D'après la propriété sur la somme des angles d'un triangle,

le troisième angle se calcule dans chaque triangle en effectuant $180 - \text{la somme des deux autres angles qui sont égaux}$ donc les troisièmes angles sont égaux.

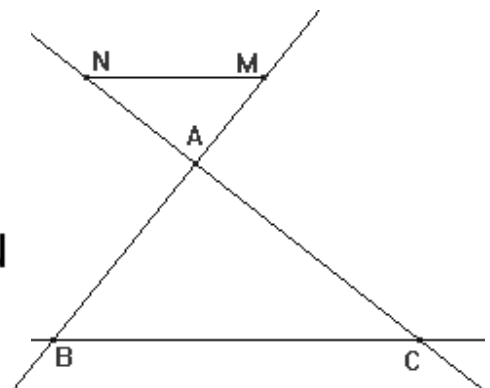
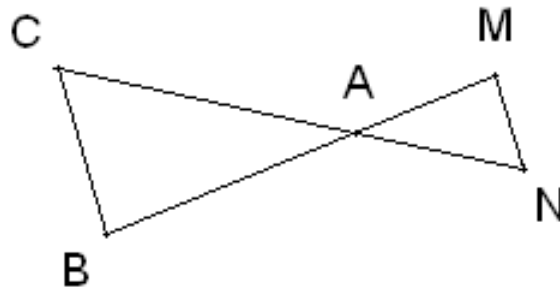
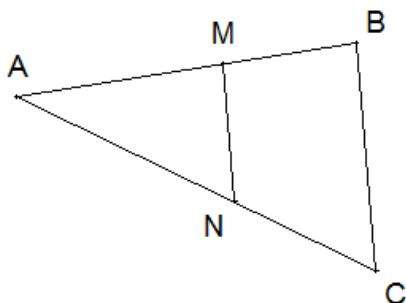
Méthode pratique : Pour déterminer si des triangles sont semblables

On cherche s'ils ont 2 paires d'angles égaux deux à deux.

Ex : Deux configurations particulières :

Triangles emboîtés

Triangles opposés par un sommet



Propriété (Rappel) : Si deux droites sont parallèles et sont coupées par une sécante alors elles déterminent des angles alternes internes, alternes externes et correspondants qui sont respectivement de la même mesure.

A faire : Marquer les angles correspondant sur la figure des triangles emboîtés

Marquer les angles alternes internes sur la figure des triangles opposés par le sommet

Dans les situations précédentes, comme (MN) et (BC) sont parallèles, les triangles AMN et ABC sont semblables.

II. Triangle semblable et proportionnalité.

Définition : Dans deux triangles semblables, les côtés opposés à des angles égaux sont appelés « côtés homologues ».

Propriété caractéristique:

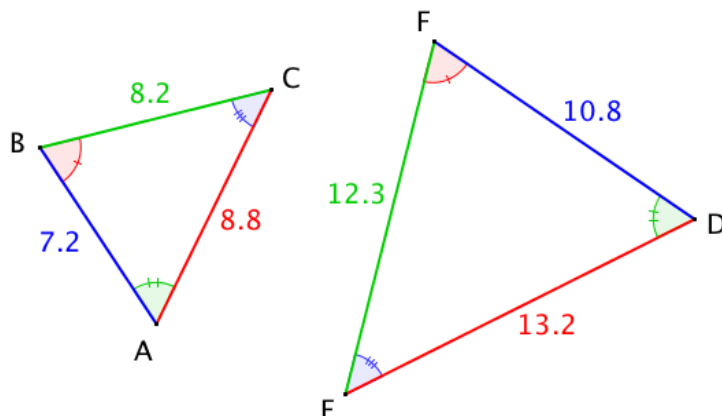
Deux triangles sont semblables si et seulement si leurs côtés homologues ont des longueurs proportionnelles.

Preuve : ADMISE voir conjecture effectué dans l'activité de mesure

Exemple :

Les triangles ABC et DEF sont semblables.

Les côtés du triangle ABC sont proportionnels aux côtés du triangle DEF.



On fait correspondre deux à deux les côtés opposés à deux angles égaux.

Côtés de DEF	DF = 10,8	EF = 12,3	ED = 13,2
Côtés de ABC	AB = 7,2	BC = 8,2	AC = 8,8
	↑ Opposé à l'angle bleu	↑ Opposé à l'angle vert	↑ Opposé à l'angle rouge

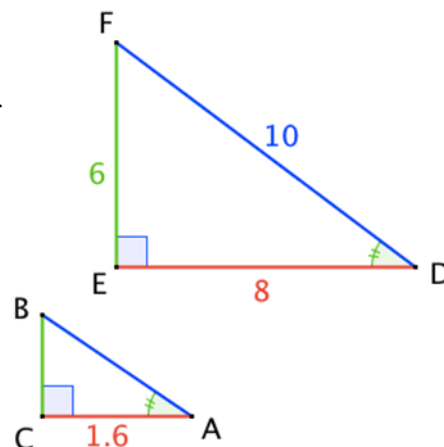
On constate ainsi que :

$$\frac{10,8}{7,2} = \frac{12,3}{8,2} = \frac{13,2}{8,8} = 1,5$$

Bilan: il existe un coefficient multiplicatif pour passer des longueurs d'un triangle aux longueurs de l'autre triangle semblable.

Application : Utiliser des triangles semblables pour calculer une longueur

- 1) Prouver que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.
- 2) En déduire le calcul des longueurs CB et AB.



Correction :

1) On sait que $\widehat{CAB} = \widehat{EDF}$ et que $\widehat{BCA} = \widehat{FED} = 90^\circ$

2) Donc nécessairement, les angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{EFD}$ sont égaux.

On en déduit que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.

2) Comme les triangles ABC et DEF sont semblables, les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

On a donc : $\frac{CA}{ED} = \frac{CB}{EF} = \frac{AB}{DF}$

donc $\frac{1,6}{8} = \frac{CB}{6} = \frac{AB}{10}$

On en déduit que :

$CB = 6 \times 1,6 : 8 = 1,2$

$AB = 10 \times 1,6 : 8 = 2.$