Sections planes, agrandissements et réductions

<u>Objectifs :</u> A la fin du chapitre je dois savoir :
Par cœur, les propriétés des sections du pavé, cylindre, cône et pyramide
Par cœur, la propriété sur les effets de l'agrandissement réduction :
« si je multiplie les distances par k alors les aires sont …, les volumes sont … »
Représenter les sections du pavé, cylindre, cône, pyramide
Utiliser un agrandissement ou une réduction pour calculer des longueurs.
Mettre en œuvre une démarche pour calculer des longueurs, aires, volume dans des figures de l'espace.

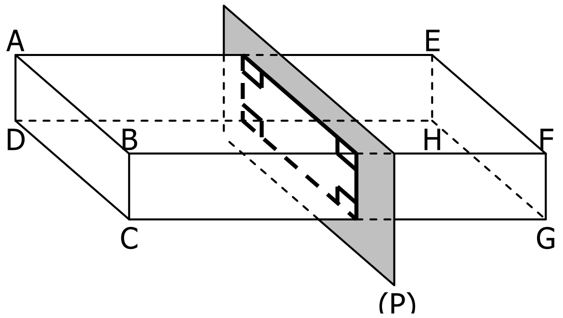
I. SECTION PLANE D'UN PAVE :

Imaginer la coupe d'une plaquette de beurre

Vulgarisation : Pour fixer les idées, quelques éléments de vocabulaire.
Un **plan** est une surface plane illimitée.
La section d'un solide par un plan est la forme obtenue en coupant le solide et en regardant cette forme de face. Elle est constituée de tous les points communs au plan et au solide.
Une droite est parallèle à un plan lorsqu'elle n'a pas de points communs avec le plan ou qu'elle est incluse dans le plan. Ainsi si on prolonge la droite ou le plan, la droite ne coupera pas le plan.(pas de point d'intersection).

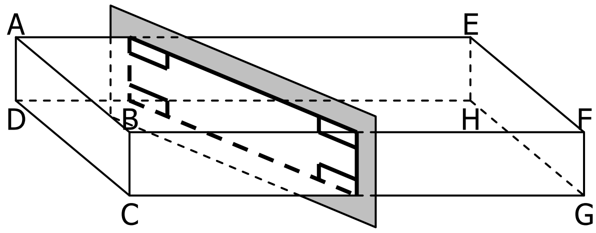
Propriété : La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un **rectangle** identique à cette face.

Exemple :
Le plan (P) est parallèle à la face ABCD (ou EFGH) :



Propriété : La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un **rectangle**.

Exemple :
Le plan (P) est parallèle à l'arête [AD] (ou [BC] ou [EH] ou [FG]) :

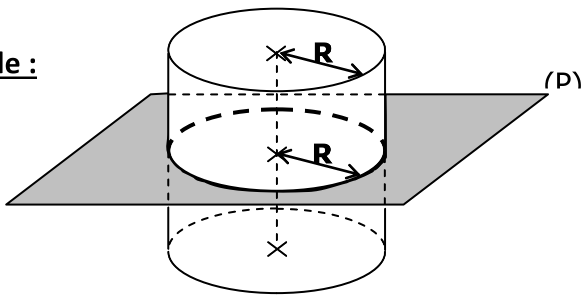


II. SECTION PLANE D'UN CYLINDRE DE REVOLUTION :

Imaginer les découpes de planches de bois dans un tronc d'arbre

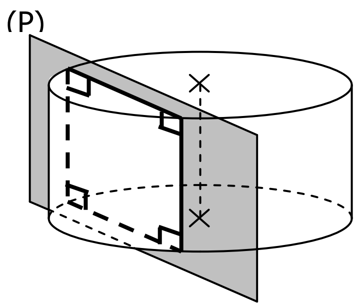
Propriété : La section d'un cylindre de rayon R par un plan parallèle aux bases est un **disque** identique à la base.

Exemple :

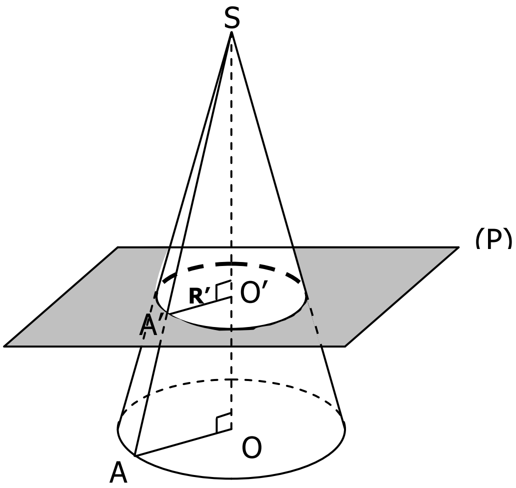
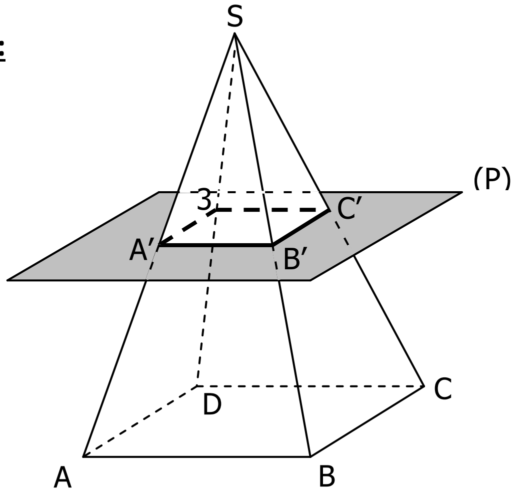


Propriété : La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe de révolution est un **rectangle**

Exemple :



III. SECTION PLANE D'UNE PYRAMIDE ET D'UN CONE DE REVOLUTION :

<u>Propriété :</u> La section d'un cône par un plan parallèle à la base est une **réduction du disque de base**. **<u>Exemple :</u>**  	**<u>Propriété :</u>** La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une **réduction du polygone** de base. **<u>Exemple :</u>** 

IV. EFFETS DES AGRANDISSEMENTS/REDUCTIONS :

<u>Définition :</u> Dans un agrandissement ou une réduction, les distances sont multipliées par un nombre qu'on appelle le rapport d'agrandissement ou de réduction, il est souvent noté k.

<u>Vocabulaire :</u> Si 0 < k < 1 il s'agit d'une **réduction**.
Si k = 1 il s'agit d'une **reproduction**.
Si k > 1 il s'agit d'un **agrandissement**.

On a la formule $k = \dfrac{\text{distance après transformation}}{\text{distance avant transformation}}$

<u>Propriété :</u> Dans un agrandissement ou une réduction, Si les distances sont multipliées par le nombre k alors

- Le périmètre d'une figure est multiplié par k
- L'aire d'une surface est multipliée par k^2
- Le volume d'un solide est multiplié par k^3

<u>Remarque :</u> On peut prouver la propriété sur les formules de l'aire du pavé, cylindre et pyramide…

Exemple : Si les dimensions une pyramide dont le volume est 42 cm^3 est agrandie en multipliant ses longueur par 5 alors le volume de la pyramide agrandie sera 42×5^3 .

Une activité de conjecture de cette propriété

Activité : Agrandissement réduction

Compléter le texte :

Agrandir ou réduire une figure c'est multiplier les dimensions de la figure par un nombre k

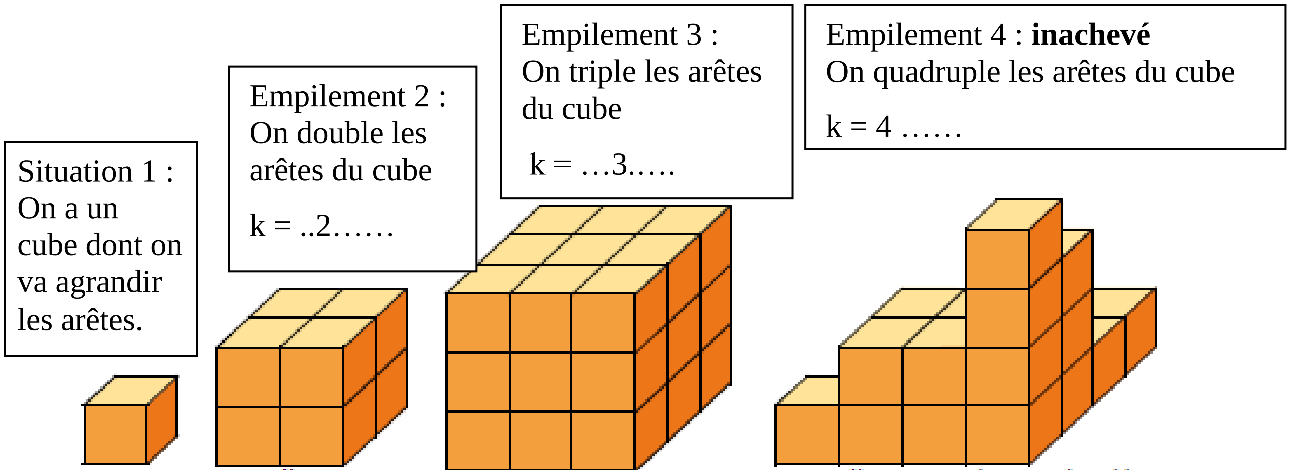
- si k > 1 , c'est un agrandissement.
- si 0 < k < 1 c'est une réduction.

Propriété : Si on multiplie les longueurs par un nombre k alors les aires sont multipliées par le nombre k^2

On a vu cette propriété lors du chapitre sur la propriété de Thalès et les triangles semblables

Nous allons conjecturer une propriété sur l'effet de l'agrandissement d'un solide sur le volume de ce solide.

On considère un cube. A partir de ce cube on construit les empilements ci-dessous.



1) Déterminer le nombre de cube dans l'empilement 2 : 8
Par quel nombre le volume du cube de départ a-t-il été multiplié ? on a multiplié par 8
2) Ecrire un calcul et son résultat pour déterminer le nombre de cube dans l'empilement 3 : 3x3x3 = 27 .
Par quel nombre le volume du cube de départ a-t-il été multiplié ? le volume est multiplié par 27
3) Ecrire un calcul et son résultat pour déterminer le nombre de cube dans l'empilement 4 : 4x4x4 = 64
Par quel nombre le volume du cube de départ a-t-il été multiplié ? le volume est multiplié par 64

4) Compléter le tableau :

On double les longueurs	k = …2..	Volume multiplié par 8 = 2^3
On triple les longueurs	k = …3.	Volume multiplié par 27 = 3^3
On quadruple les longueurs	k =…4…	Volume multiplié par 64 = 4^3

5) Ecrire une propriété sur le volume en prenant pour modèle la propriété sur les aires encadrée ci-dessus.

Si on multiplie les dimensions d'un solide par un nombre k alors le volume sera multiplié par le nombre k^3