

# Proportionnalité et pourcentage

A la fin du chapitre, je dois savoir :

Par cœur la définition de grandeurs proportionnelles.

Savoir calculer le coefficient de proportionnalité d'un tableau

Compléter un tableau de proportionnalité (méthode additive, multiplicative, passage par l'unité ou coefficient de proportionnalité)

Résoudre des situations problèmes en reconnaissant une situation de proportionnalité ou pas

## I. Situations de proportionnalité.

### 1) Tableaux de proportionnalité :

**Définition :** Une grandeur désigne ce qui peut être mesuré, compté, évalué, pesé... à l'aide d'un nombre et d'une unité de mesure.

**Ex :** la distance ( m ) , le temps (h) , la masse (Kg)

**Définition :** Deux grandeurs sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant par le même nombre non nul.

Un tableau représentant des grandeurs proportionnelles est un tableau de proportionnalité.

**Ex :** Au supermarché 2 kg de cerise coûtent 6 €. Complète ce tableau de proportionnalité.

|     |             |   |    |    |    |    |    |     |   |      |     |     |
|-----|-------------|---|----|----|----|----|----|-----|---|------|-----|-----|
| : 3 | Masse en kg | 2 | 10 | 12 | 5  | 7  | 9  | 0,5 | 1 | 0,25 | 1,5 | x 3 |
|     | Prix en €   | 6 | 30 | 36 | 15 | 21 | 27 | 1,5 | 3 | 0,75 | 4,5 |     |

On peut trouver un **opérateur multiplicatif** qui permet de passer d'une ligne à l'autre qui s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

**Méthode :** Pour calculer le coefficient de proportionnalité, je cherche  $2 \times ? = 6$

$$\text{Donc} \quad ? = 6 : 2 = 3$$

### 2) Compléter un tableau : méthode additive, multiplicative, passage par l'unité

**Exemple :** 5 kg de pommes coûtent 8 €. Quel est le prix à payer pour 3 Kg de pommes ?

|                 |   |     |     |     |      |
|-----------------|---|-----|-----|-----|------|
| Masse de pommes | 5 | 1   | 2   | 3   | 12   |
| Prix à payer    | 8 | 1,6 | 3,2 | 4,8 | 19,2 |

Diagramme illustrant les opérations utilisées pour compléter le tableau :

- De 5 kg à 1 kg :  $\div 5$
- De 1 kg à 2 kg :  $\times 2$  (via l'addition  $1 + 1$ )
- De 2 kg à 3 kg :  $\times 1,5$  (via l'addition  $2 + 1$ )
- De 3 kg à 12 kg :  $\times 4$
- De 5 kg à 12 kg :  $\times 2,4$  (via l'addition  $5 + 7$ )

- Passage par l'unité :** Cette démarche revient à trouver le coefficient de proportionnalité.

On cherche le prix pour 1 Kg

Le prix de 5 kg est 8 € donc pour 1 kg je calcule  $8 : 5 = 1,6$  €

Je cherche le prix pour 3 kg en calculant  $1,6 \times 3 = 4,8$  €

- Linéarité additive :** On connaît le prix pour 1 kg et 2 kg, on peut trouver le prix pour 3 kg en additionnant
- Linéarité multiplicative :** On connaît le prix pour 3 kg, si on prend 4 fois plus de pommes alors on paye 4 fois plus cher donc on peut trouver le prix pour 12 kg en multipliant par 4 le prix des 3kg

## II. Applications de la proportionnalité : p 82 du manuel.

### 1) Echelles :

Définition : Sur une carte, un plan, une maquette à l'échelle, les distances sur le plan sont proportionnelles aux distances réelles. Le coefficient de proportionnalité est l'échelle.

Echelle =  $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$  avec les distances exprimées dans la même unité.

Ex : 1 cm sur le dessin représente 50 cm en réalité, on dit que l'échelle est  $\frac{1}{50}$ .

|                              |    |              |     |  |
|------------------------------|----|--------------|-----|--|
|                              |    | $\times 4,3$ |     |  |
| Distance sur le dessin en cm | 1  | 4,3          | 7   |  |
| Distance réelle en cm        | 50 | 215          | 350 |  |
|                              |    | $\times 4,3$ |     |  |

$\times 50$  : 50

### 2) Vitesse constante :

Ex : Un randonneur qui marche avec la même allure parcourt à chaque heure la même distance 4 km. On dira qu'il marche à une vitesse de 4 km/h c'est-à-dire 4 kilomètres par heure. La distance parcourue par le randonneur est proportionnelle au temps de sa balade. Ainsi en 3 h il va parcourir le triple de distance donc  $3 \times 4 = 12$  km. On a le tableau de proportionnalité

|                    |   |            |  |
|--------------------|---|------------|--|
|                    |   | $\times 3$ |  |
| Temps en heure (h) | 1 | 3          |  |
| Distance en km     | 4 | 12         |  |
|                    |   | $\times 3$ |  |

$\times 4$

## III. Les pourcentages

Définition : 20% est une notation qui signifie la fraction  $\frac{20}{100}$ .

Calculer 20% d'une grandeur cela signifie que : pour 100 unités de cette grandeur on en prend 20 unités.

Ex : Un magasin fait des soldes :

Tous les produits bénéficient d'une réduction de 20 %. Les prix sont proportionnels à la réduction. Compléter le tableau suivant :

|                      |     |    |    |    |    |     |     |
|----------------------|-----|----|----|----|----|-----|-----|
| Prix d'un objet en € | 100 | 50 | 25 | 10 | 20 | 150 | 200 |
| Réduction en €       | 20  | 10 | 5  | 2  | 4  | 30  | 40  |

$\times \frac{20}{100}$

Dans ce tableau de proportionnalité si je cherche le coefficient de proportionnalité (l'opérateur multiplicatif )

$$100 \times ? = 20 \text{ donc } ? = 20 : 100 = \frac{20}{100}$$

Pour calculer 20 % d'une quantité, je multiplie par  $\frac{20}{100}$  donc je multiplie par 20 et je divise par 100

Cas général : Pour un nombre p quelconque.



**A savoir par coeur**

Pour calculer p % d'une quantité, je multiplie par  $\frac{p}{100}$  donc je multiplie par p puis je divise par 100

Exemple :

Dans une classe il y a 30 élèves. On compte 60 % de filles. Quel est le nombre de filles ?

Pour calculer 60 % d'un nombre je multiplie par  $\frac{60}{100}$  c'est à dire je multiplie par 60 puis je divise par 100

(autre méthode :  $\frac{60}{100} = 0,60$  donc je multiplie par 0,6)

$30 \times \frac{60}{100} = 30 \times \frac{6}{10} = \frac{30 \times 6}{10} = 18$  , il y a 18 filles dans la classe.

Des pourcentages :

- Calculer 50 % revient à calculer la moitié de la quantité, on divise par 2
- Calculer 10 % revient à calculer  $\frac{1}{10}$  de la quantité, on divise par 10
- Calculer 20 % revient à calculer le double de 10 %.
- Calculer 1 % revient à calculer  $\frac{1}{100}$  de la quantité, on divise par 100



**A savoir par coeur**